

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ

XI НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

<http://astro-olymp.org>

II кръг
2 март 2008 г.

Ученици от 11-12 клас

1 задача.

- Кой тела в Слънчевата система са в процес на непрекъснато разрушение?
- Какво се получава в резултат от това разрушение?

Решение:

Ядрата на периодичните комети са в процес на почти непрекъснато разрушение. Те се движат по силно сплеснати елипси около Слънцето. Когато са достатъчно близо до Слънцето, те се нагряват от неговото излъчване. Тъй като кометните ядра се състоят предимно от лед, при нагряването част от веществото им се изпарява. Светлинното налягане на слънчевите лъчи и слънчевият вятър отвяват изпареното вещество и така се образуват опашките на кометите. Често от вътрешността на кометното ядро изпареното вещество изтича на мощни струи или се получават изригвания. При това заедно с изпарените газове от кометата се отделят прахови частици и по-големи парчета, а понякога ядрото претърпява раздробяване и дори пълно разрушаване.

В резултат от разрушаването на кометните ядра се получават роевете метеорни частици. Ако даден метеорен рой пресича земната орбита, в определен период на годината на Земята се наблюдава метеорен поток.

За много други космически обекти също може да се каже, че са в процес на разрушение – планетите, техните спътници, астероидите и други подобни обекти в Слънчевата система са подложени на удари от метеорни тела, комети, други астероиди. Слънцето непрекъснато губи вещество, което изтича в космическото пространство под формата на слънчев вятър.

2 задача.

- Къде по Земята за най-кратко време можем да видим всички звезди по небето?
- Пресметнете приблизително колко време е необходимо за това. Приемете, че звездите се виждат достатъчно ясно, когато Слънцето е поне на 15° под хоризонта. Рефракцията да не се отчита.

Решение:

За определен период от време звездите от цялата северна и южна небесна полусфера можем да видим, ако сме на екватора на Земята. На всяка друга географска ширина част от звездите за нас ще са неизгряващи над хоризонта.

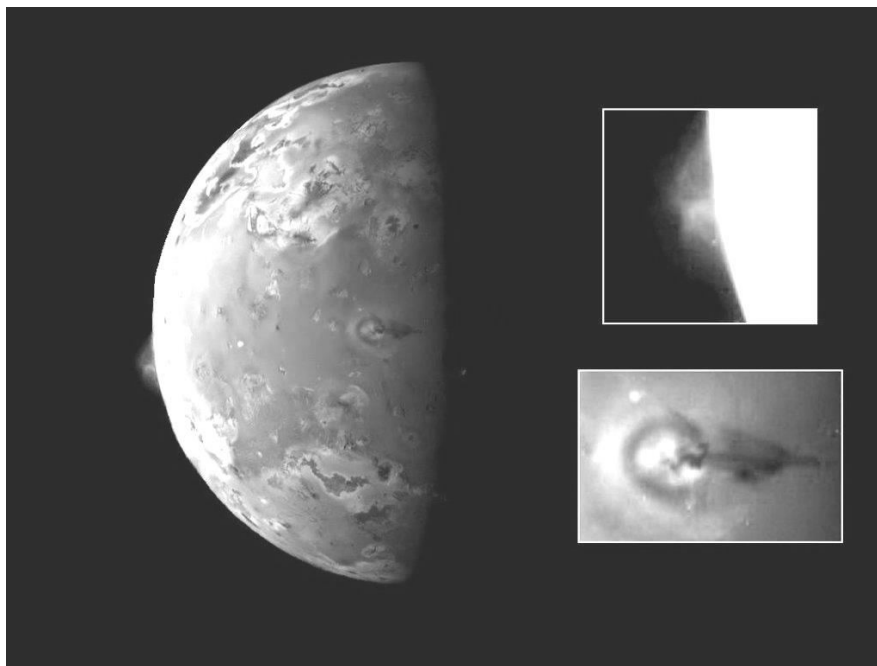
На екватора през цялата година нощта продължава 12 часа. Тук под нощ разбираме времето от залеза до изгрева на центъра на видимия слънчев диск. За да виждаме достатъчно ясно звездите, Слънцето трябва да е на 15° под хоризонта. Около равноденствията Слънцето се намира близо до небесния екватор. Тогава при видимото си денонощно движение по небето то изминава 15° за 1 час. Следователно времето, през което е достатъчно тъмно, така че да се виждат добре звездите, започва 1 час след

залеза на Слънцето и свършва 1 час преди изгрева. Продължителността на този интервал е $12 - 2 = 10$ часа всяка нощ. В първия момент ние ще видим половината небесна сфера, равняваща се на 12 часови пояса по ректасцензия, а до края на 10-те часа време ще успеем да видим приблизително още 10 часови пояса по ректасцензия, или общо $12 + 10 = 22$ часови пояса за една нощ. За да видим оставащите до 24 часа още 2 часови пояса от небесната сфера, ще трябва да изчакаме Слънцето да се премести на 2 часа по ректасцензия при своето годишно движение по еклиптиката. Около равноденствията, обаче, еклиптиката сключва ъгъл приблизително 23.5° с небесния екватор. Следователно, за да се промени с 2 часа ректасцензията на Слънцето, то трябва да се премести по еклиптиката на ъглово разстояние $2 \times 15^\circ / \cos 23.5^\circ \approx 33^\circ$. Това разстояние Слънцето би изминало за около 33 дни. Приблизително за такъв период от време на екватора можем да видим всички звезди от небесната сфера. Нека отбележим, че в случая ние въвеждаме приблизителна корекция за наклона на еклиптиката към небесния екватор. Тя е оправдана, тъй като ъгълът от 30° , който изминава Слънцето, не е много голям. Точната корекция се получава, като се използват зависимостите в сферичния триъгълник.

По времето около лятното или зимното слънцестоене Слънцето би се движило по участъци от еклиптиката, които са успоредни на небесния екватор и не би се налагало да се въвежда корекцията за наклона на еклиптиката към екватора. Но тогава пък със същия фактор $1/\cos 23.5^\circ$ би се удължило времето вечер от залеза на Слънцето до слизането му на 15° под хоризонта и сутрин от издигането на Слънцето на 15° под хоризонта до изгрева му. Причината е, че когато деклинацията на Слънцето е $\pm 23.5^\circ$, то лежи върху денонощен паралел, който е по-малък от небесния екватор. Но Слънцето описва този паралел пак за 24 часа. Следователно то има по-малка ъглова скорост на видимо денонощно движение по небесната сфера. Така че в крайна сметка отново ще е необходим приблизително същият период от около 33 дни, за да видим всички звезди по небето. Този период би се съкратил до известна степен, ако наблюдението се извършва, когато Земята е около перихелия на своята орбита. Тогава видимото движение на Слънцето по еклиптиката е най-бързо.

3 задача. Спътникът на Юпитер Йо е известен с множеството си действащи вулкани. Един от тях е показан на снимката.

- Направете необходимите измервания и определете височината на струите вещество, изхвърлено от вулкана.
- Определете приблизително началната скорост, с която се изхвърля веществото от вулкана.



Решение:

Измерваме с линейка по изображението вляво диаметъра на Йо d и височината на струите от вулкана h :

$$d = 69 \text{ мм} \quad h = 2.5 \text{ мм}$$

От справочните данни определяме истинския диаметър на спътника $D = 2 \times 1815 = 3630 \text{ км}$. Използвайки пропорционалната зависимост, за истинската височина на струите вещество получаваме:

$$H = \frac{D}{d} \cdot h \approx 132 \text{ км}$$

Да означим началната скорост на изхвърляне на веществото от вулкана с v_0 , времето, за което то се издига на максимална височина с t , и ускорението на силата на тежестта на Йо с g_1 . Като знаем масата на Йо M и неговия радиус R , намираме:

$$g_1 = \gamma \frac{M}{R^2}$$

където γ е гравитационната константа. Като пренебрегнем изменението на g_1 на височина H , можем да напишем следните уравнения:

$$v_0 - g_1 t = 0$$

$$H = v_0 t - \frac{g_1 t^2}{2}$$

Изключваме от тях t и получаваме:

$$v_0 = \sqrt{2g_1 H}$$

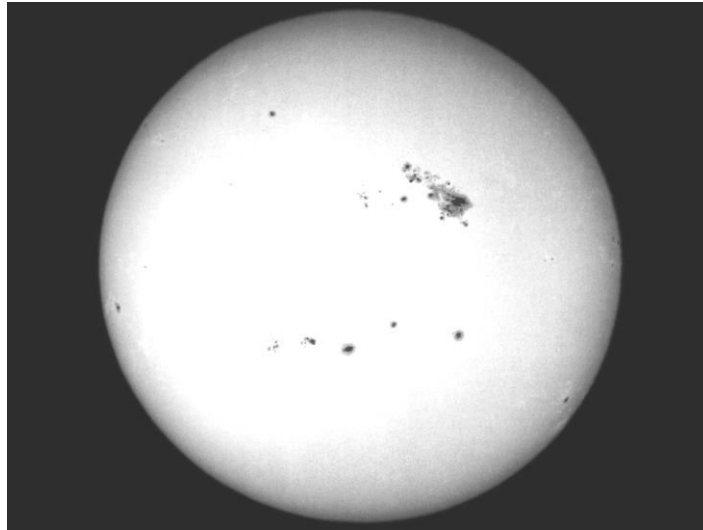
$$v_0 = \sqrt{\frac{2\gamma M H}{R^2}}$$

$$v_0 \approx 690 \text{ м/сек}$$

4 задача.

■ Температурата на газовете в слънчевите петна е 4500 К. Газове, нагreti до такава висока температура, светят много ярко. Защо тогава слънчевите петна изглеждат тъмни?

- Каква би била видимата звездна величина на Слънцето, ако цялото бъде покрито с петна?



Решение:

Излъчването на Слънцето, както и на другите звезди, е доста подобно на излъчването на абсолютно черно тяло. Съгласно закона на Стефан-Болцман, излъчената енергия от единица площ на абсолютно черно тяло за единица време е:

$$I = \sigma T^4$$

където σ е константата на Стефан-Болцман, а T е температурата на тялото. Слънчевите петна се наблюдават във фотосферата на Слънцето, която представлява видимия външен слой от атмосферата на нашата звезда. Силно нагретите газове в петната наистина светят много ярко, но още по-ярки са останалите области от фотосферата, незасегнати от петната, понеже тяхната температура T е по-висока – около 5800 K. Слънчевите петна при температура $T_1 = 4500$ K сами по себе си са много ярки. Ние бихме могли да ги различим, само ако наблюдаваме Слънцето през достатъчно тъмен филтър, или пък проектирано върху хартия, така че изображението му да не е много ярко. Тогава слънчевите петна изглеждат по-тъмни в контраст с околните още по-горещи области от фотосферата.

Да означим с E осветеността, която създава за земния наблюдател Слънцето сега, а с E_1 – осветеността, която то би създавало, ако цялото беше покрито с петна. Тогава:

$$\frac{E}{E_1} = \frac{T^4}{T_1^4}$$
$$\frac{E}{E_1} \approx 2.76$$

Ако цялото Слънце бъде покрито с петна, то блясъкът му ще е 2.76 пъти по-слаб, отколкото ако е без петна. Означаваме с $M = -26.7^m$ видимата звездна величина на Слънцето без петна и с M_1 видимата му звездна величина ако е цялото покрито с петна. С помощта на формулата на Погсън получаваме:

$$\lg \frac{E}{E_1} = 0.4(M_1 - M)$$

$$M_1 = M + 10 \lg \frac{T}{T_1}$$

$$M_1 \approx -25.6^m$$

В случай, че цялото Слънце се покрие с петна, видимата му звездна величина ще се увеличи само с около 1^m .

5 задача. Космическият телескоп Хъбъл лети в орбита около Земята на височина 580 км. Особено значими за астрономията са получените чрез него изображения на изключително далечни галактики. За фотографирането на такива слаби обекти е необходимо да се правят продължителни експозиции, при които обектите трябва да се следят от телескопа.

■ Ако телескопът следи даден космически обект, какво е максималното време, за което обектът може да остане закрит за телескопа от Земята?

Решение:

Съгласно третия закон на Кеплер:

$$\frac{(R+h)^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2}$$

където $R = 6370$ км е радиусът на Земята, h е височината на орбитата на космическия телескоп над земната повърхност, T е орбиталният период на телескопа, M е масата на Земята, а γ е гравитационната константа. Оттук намираме орбиталния период:

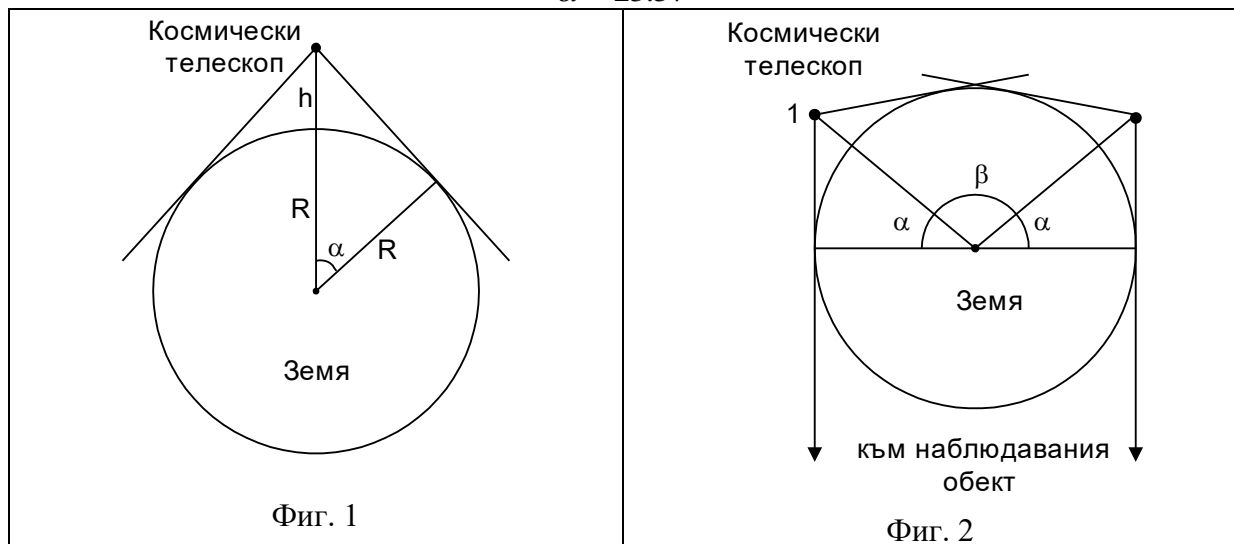
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R+h)^3}{\gamma M}}$$

$$T \approx 1.60^h \approx 1^h 36^{\text{min}}$$

Да определим отдалечеността на хоризонта за космическия телескоп. От Фиг.1 виждаме, че:

$$\cos \alpha = \frac{R}{R+h}$$

$$\alpha \approx 23.57^\circ$$



Максималният интервал от време, през който даден отдалечен обект остава невидим за космическия телескоп, се получава, когато покритието на обекта от Земята е централно, т.е., когато лъчът на зрение към обекта лежи в орбиталната равнина на телескопа. Този интервал е равен на времето, за което телескопът се придвижва по своята орбита от точка 1 до точка 2 на Фиг. 2. Можем да намерим ъгъла β , който телескопът изминава от орбитата си за това време:

$$\beta = 180^\circ - 2\alpha = 132.85^\circ$$

Времето, необходимо на космическия телескоп за да измине този участък от орбитата си, е:

$$t = T \cdot \frac{\beta}{360^\circ}$$
$$t \approx 0.590^h \approx 35.4^{\text{min}}$$

Един космически обект може да остане закрит за телескопа Хъбъл от Земята най-много за около 35 минути.

За по-точно решение на задачата нека направим опит да отчетем и плътните слоеве на земната атмосфера, които също биха попречили за наблюдението космическия обект. Бихме могли да приемем, че височината d на тези слоеве е около 120 км над земната повърхност (там се появяват най-високите метеори, които могат да се наблюдават). Тогава можем да пресметнем:

$$\cos \alpha = \frac{R + d}{R + h}$$
$$\alpha \approx 20.96^\circ$$
$$\beta = 180^\circ - 2\alpha = 138.07^\circ$$
$$t \approx 0.613^h \approx 36.8^{\text{min}}$$

Справочни данни:

Маса на Земята	6×10^{24} кг
Радиус на Земята	6370 км
Радиус на Йо	1815 км
Маса на Йо	894×10^{20} кг
Гравитационна константа	$\gamma = 6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-2} \cdot \text{сек}^{-2}$
Температура на слънчевата фотосфера:	5800 К
Видима звездна величина на Слънцето:	-26.7^{m}